

## SESIÓN 1

### PRE-ALGEBRA, CONCEPTOS Y OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS

#### I. CONTENIDOS:

1. Introducción: de la aritmética al álgebra.
2. Números reales y recta numérica.
3. Operaciones aritméticas básicas con números reales (Enteros, fraccionarios y decimales).
4. Postulados de campo, división y multiplicación por el valor cero.

#### II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Conocerá la clasificación de los números reales.
- Entenderá el concepto de la recta numérica.
- Comprenderá los postulados de campo.
- Efectuará operaciones aritméticas básicas en enteros y fracciones.

#### III. PROBLEMATIZACIÓN:

*Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.*

- ¿Las matemáticas son un invento o un descubrimiento?
- ¿Conoces actividades que requieren el uso de las matemáticas?
- ¿En qué casos se requiere el empleo de números negativos en la vida diaria?

#### IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

##### **1.1. Introducción: de la aritmética al álgebra.**

##### **2.1. Números reales y recta numérica.**

##### **A. Los números enteros**

El conjunto de números enteros se designa con la letra  $Z$  y está compuesto por:

- Los números enteros negativos:  $Z^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$ .
- El número cero: 0.
- Los números enteros positivos:  $Z^+ = \{\dots, 1, 2, 3, 4\}$ .

Los números naturales se consideran números enteros positivos y van precedidos del signo positivo (+), aunque no es obligatorio utilizarlo y no suele escribirse. A cada entero positivo le corresponde un número entero negativo, precedido obligatoriamente por el signo negativo (-).

Si representamos los números enteros en una recta numérica, veremos que un número entero  $A$  es menor a otro número entero  $B$  si al representarlo se ubica a la izquierda del mismo.

El sentido positivo es el que va desde 0 hacia la derecha o hacia arriba y el sentido negativo el que va de 0 a la izquierda o hacia abajo. Existen una serie de reglas para la ordenación y comparación de números enteros:

- Si los dos números enteros son positivos, es menor el que tenga menor valor absoluto:  $4 < 8$
- Si los dos números enteros son negativos, es menor el que tenga mayor valor absoluto:  $-8 < -4$
- Si uno es positivo y el otro negativo, es menor el negativo:  $-8 < 4$
- Todos los números negativos son menores que cero:  $-8 < 0$
- Todos los números positivos son mayores que cero:  $4 > 0$

### El valor absoluto

El valor absoluto de un número entero es el número de unidades que dista de cero. Por este motivo, la ordenación de los números enteros se realiza con respecto al 0. Así mismo, el valor absoluto también puede expresarse como el número natural que se obtiene tras suprimir el signo positivo (+) o negativo (-). Se expresa poniéndolo entre barras:

Número entero	Representación del valor absoluto	Valor absoluto
+5	+5	5
-5	-5	5

### 3.1. Operaciones aritméticas básicas con números reales (enteros y decimales)

#### B. Suma de números enteros

Si cogemos el ascensor de unos grandes almacenes en el 2º piso (+2) y subimos 3 pisos (+3), nos encontraremos en la planta 5ª (+5). Con este sencillo ejemplo vemos cómo, aunque no nos demos cuenta, utilizamos constantemente la suma de números enteros. Se presentan varios casos de suma de números enteros:

- **Suma de números enteros positivos:** se suman los valores absolutos de los números. Al resultado se le pone el signo positivo.  $(+3) + (+5) = (+8)$
- **Suma de números enteros negativos:** se suman los valores absolutos de los números. Al resultado se le pone signo negativo.  $(-3) + (-5) = (-8)$
- **Suma de dos números enteros de distinto signo:** se restan los valores absolutos. El signo será el que tenga el número de mayor valor absoluto.  $(+3) + (-8) = (-5)$

Además, la suma de números enteros cuenta con algunas propiedades.

#### C. Resta de números enteros

Si cogemos el ascensor de unos grandes almacenes en el 2º piso (+2) y bajamos 3 pisos (-3), nos encontraremos en la planta -1 (-1). La resta que hemos realizado,  $2 - 3 = -1$ , podemos convertirla en una suma de números enteros:

$$2 - 3 = -1 = 2 + (-3) = -1$$

Esto es porque sumamos a nuestro desplazamiento 3 pisos hacia abajo (movimiento descendente, representado con un número negativo).

Para restar dos números enteros se suma al minuendo el opuesto. Por tanto, para restar números enteros:

$$7 - (-2) = 7 + \text{op} (-2) = 7 + 2 = 9$$

#### D. Combinación de sumas y restas

Cuando realizamos una operación con números enteros que combina sumas con restas usamos paréntesis para evitar que aparezcan dos signos seguidos:

$$2 + (-9) + (5 + 1) - (3 - 4)$$

Podemos actuar de dos maneras diferentes:

- Eliminar todos los paréntesis, y sumar y restar normalmente.
- Operar primero con los números que están dentro de los paréntesis y eliminarlos después.

En ambos casos tenemos que suprimir los paréntesis, operación que varía en función del signo que lo precede.

- **Cuando el paréntesis va precedido del signo negativo (-).** Para suprimirlo hay que cambiar el signo a todos los números que hay dentro de él.  $(5 + 1) - (3 - 4) = (5 + 1) - 3 + 4$
- **Cuando el paréntesis va precedido del signo positivo (+).** El paréntesis se puede suprimir sin alterar el signo de los números que hay dentro de él.  $(5 + 1) - (3 - 4) = 5 + 1 - (3 - 4)$

Pero a veces los paréntesis están, a su vez, dentro de otros a los que llamamos corchetes.

### Cálculo con corchetes

Los corchetes son paréntesis que tienen esta forma: [ ]. Se utilizan cuando en una operación matemática hay más de un paréntesis, unos dentro de otros.

Por ejemplo,  $10 - [8 - (5 - 2) + (-2 + 3)] + 1$

Podemos calcular esta operación con corchetes de dos formas:

1. Primera
  1. Se hace la operación del interior del paréntesis.
  2. Se hace la operación del interior del corchete.  $10 - [8 - 3 + 1] + 1 = 10 - [6] + 1 = 5$
2. Segunda
  1. Se suprimen los paréntesis.
  2. Se suprimen los corchetes.  $10 - [8 - 5 + 2 - 2 + 3] + 1 = 10 - 8 + 5 - 2 + 2 - 3 + 1 = 5$

Al quitar un corchete precedido de un signo negativo (-) hay que cambiar todos los signos de los números que hay dentro de él.

#### 4.1. Postulados de campo, división y multiplicación por el valor cero.

##### E. Multiplicación con números enteros

Para multiplicar dos números enteros se multiplican sus valores absolutos. El signo del producto será positivo si los factores tienen el mismo signo y negativo si los signos son distintos.

La multiplicación se representa con el signo  $\times$  (equis) o con el signo  $\cdot$  (punto). En esta tabla tienes las combinaciones de signos posibles en los resultados de la operación multiplicación de números enteros.

Regla de los signos del producto				
+	$\times$	+	=	+
-	$\times$	-	=	+
+	$\times$	-	=	-
-	$\times$	+	=	-

Algunos ejemplos de estos productos son:

$$(+8) \cdot (+2) = +16 \quad (-8) \cdot (-2) = +16 \quad (+8) \cdot (-2) = -16 \quad (-8) \cdot (+2) = -16$$

El producto de números enteros cumple las mismas propiedades que el producto de números naturales.

##### Propiedades del producto de números enteros

- **Propiedad conmutativa.** El orden de los factores no altera el producto. Ejemplo:  $(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$
- **Propiedad asociativa.** Los factores de un producto de números enteros pueden asociarse de diferentes formas. Ejemplo:  $(a) \cdot [(b) \cdot (c)] = [(a) \cdot (b)] \cdot (c)$
- **Elemento neutro.** El producto de cualquier número entero por 1 es el mismo número. Ejemplo:  $(a) \cdot 1 = (a)$
- **Propiedad distributiva respecto a la suma o la resta.** Para multiplicar una suma o una resta por un número, se multiplican cada uno de los términos de la suma o de la resta por ese número y, a continuación, se suman o se restan los resultados. Ejemplo:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

## F. División con números enteros

Para dividir dos números enteros se dividen primero sus valores absolutos y al cociente se le pone signo positivo (+) o negativo (-), según tengan el dividendo y el divisor igual o diferente signo.

La división se representa con el signo /, con el signo: (dos puntos) o con el signo ÷

Regla de los signos del cociente				
+	/	+	=	+
-	/	-	=	+
+	/	-	=	-
-	/	+	=	-

La división de números enteros no cumple la propiedad conmutativa del producto, es decir, no se puede cambiar el lugar del dividendo y del divisor. Pero tiene otras propiedades:

- El número 1 actúa como elemento neutro. Cualquier número entero dividido entre 1 dará el mismo número:  $(+8) : (+1) = 8$   $(-9) : (+1) = -9$
- No se puede dividir entre 0, pues no hay ningún número que, al multiplicarlo por 0 (que sería el divisor) nos dé algo distinto de cero (que sería el dividendo).
- El cociente de dos números enteros no siempre es un número entero. Sabemos que el producto de dos números enteros da lugar a un número entero, pero no ocurre lo mismo en la división. ¿Por qué? Veamos un ejemplo:  $(-2) : (+4) = ?$  No hay ningún número entero que al multiplicarlo por (+4) nos dé (-2).

## G. Jerarquía de las operaciones

Cuando se realizan operaciones combinadas con números enteros, es decir, cuando tenemos a la vez suma, resta, multiplicación o división, no podemos realizarlas de forma arbitraria. Aunque no es obligatorio, se suele empezar a operar por la izquierda. Pero si existe una jerarquía de las operaciones que debe respetarse, y es la siguiente:

1. Si hay paréntesis y corchetes, primero se resuelven las operaciones que hay en su interior.
2. Se realizan las multiplicaciones y divisiones.
3. Se realizan las sumas y restas.

Veamos un ejemplo para comprenderlo mejor:

1.  $-4 \cdot 2 + (-3) \cdot 7 - (2 + 2)$ . Primero se resuelve el paréntesis.
2.  $-4 \cdot 2 + (-3) \cdot 7 - 4$ . Después se realizan las multiplicaciones.
3.  $-8 + (-21) - 4$ . Finalmente se resuelven las sumas y las restas. El resultado es -33.



**V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:**

**A. Elabora un resumen de los siguientes tópicos: teoremas, leyes y postulados.**

**B. En una recta numérica localiza los siguientes puntos:**

- a) -3.5      b) 4.25      c)  $-\frac{3}{4}$       d)  $5\frac{4}{5}$       e)  $-3\frac{1}{8}$       f)  $\sqrt{2}$       g)  $\pi$

**C. Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales:**

a. -3.642642642	b. 7.42
c. $-\sqrt{32}$	d. $\frac{59}{37}$
e. 0.47646464	f. $\pi$
g. 2.718281828	h. $-\sqrt{4}$

**D. Resuelve el Problema Reto. Escribe al menos cuatro representaciones simbólicas distintas de:**

a. 2	b. 10
c. $-\frac{1}{2}$	d. $\pm\frac{3}{4}$
e. 0.571	f. -3.44

**Nota:** Estos ejercicios se sugieren a manera de autoevaluación.